

OSSERVAZIONI SULLA DETERMINAZIONE CONGIUNTA DI ANOMALIE DI VELOCITÀ SISMICHE E DI DENSITÀ (**)

INDICE

RIASSUNTO	pag.	99
ABSTRACT	"	99
INTRODUZIONE	"	99
TOMOGRAFIA SISMICA	"	100
TOMOGRAFIA GLOBALE	"	101
ESPERIMENTI NUMERICI	"	102
CONCLUSIONI	"	105
BIBLIOGRAFIA	"	105

RIASSUNTO

Le tecniche di tomografia sismica basate sull'inversione dei tempi di percorso (*travel times*) delle onde sismiche consentono di ricavare immagini del mezzo attraversato in termini di velocità o di *slowness*. D'altro canto l'analisi delle anomalie di gravità dà informazioni sulle anomalie di densità del mezzo. Poiché spesso, specialmente nel mantello, le anomalie di densità e di velocità sono correlate, risulta opportuno impostare un unico problema inverso di tomografia globale che prende in esame congiuntamente sia i *travel times* che le anomalie di gravità. Si mostra l'efficacia dell'applicazione della tomografia globale mediante esperimenti numerici in cui si considerano eterogeneità laterali associate a uno *slab*, dalle caratteristiche simili a quello dell'Arco Ellenico. Si mostra inoltre che la tecnica consente di ricavare informazioni sulla topografia delle superfici di discontinuità che sono presenti nel mantello superiore.

ABSTRACT

Seismic tomography based on body-waves travel times is a tool to deduce images of the Earth's interior in terms of seismic velocity or slowness. On the other hand the analysis of gravity anomalies provides information on the internal density anomalies. Since in the mantle velocity and density anomalies are correlated, it is convenient to formulate a unique inverse problem taking into account jointly both travel times and gravity anomalies: this is global tomography. Numerical experiments will show that global tomography is effective: they are centred on the analysis of a slab, similar to the Hellenic Arc slab in the Eastern Mediterranean. It will be furthermore shown that undulations of the main discontinuity surfaces of the upper mantle can also be deduced by means of tomographic techniques.

PAROLE CHIAVE: Tomografia sismica, tomografia globale, instabilità numeriche, problema inverso.

(*) Dipartimento di Fisica, Settore di Geofisica, Università di Bologna
 (**) Il lavoro è stato effettuato mediante finanziamenti MURST e CNR, Gruppo Nazionale di Geofisica della Terra Solida.

KEY WORDS: Seismic tomography, global tomography, numerical instabilities, inverse problem.

INTRODUZIONE

La sismologia è una disciplina che più di ogni altra ha contribuito alla conoscenza dell'interno del nostro pianeta. Le pionieristiche ricerche basate sui tempi di arrivo delle onde sismiche hanno permesso, mediante la rigorosa applicazione delle leggi della sismica geometrica, di individuare da parecchi decenni le più rilevanti discontinuità del globo terrestre: cioè le discontinuità crosta-mantello, mantello-nucleo esterno, e nucleo esterno-interno. Il metodo più recente di indagine delle strutture interne, già comunque consolidato da quasi venti anni di vita, è la tomografia sismica, che consente di ricostruire le immagini dell'interno del pianeta, mettendo in evidenza anche le eterogeneità laterali, cioè le variazioni delle grandezze con la latitudine e la longitudine. In genere le variazioni radiali (o con la profondità) sono le più marcate, e storicamente sono state determinate per prime. Le variazioni laterali a volte sono assai rilevanti ed hanno sempre un importante valore perché sono connesse ai processi dinamici del pianeta. Un pianeta rigorosamente a simmetria sferica sarebbe infatti perfettamente in equilibrio e perciò sconfortatamente morto. La tomografia sismica più comunemente utilizzata sfrutta la conoscenza dei tempi di percorso (*travel times*) delle onde sismiche, specialmente nelle fasi P, PKP, PKIKP e delle onde superficiali (Rayleigh e Love); più raramente sono utilizzati i *travel times* delle onde S perché è più difficile determinarli sul sismogramma. I metodi tomografici sono tipicamente tecniche di soluzione di un problema inverso (NOLET, 1987; TARANTOLA, 1987): noti i tempi di percorso associati ai raggi sismici prodotti da numerosi terremoti e diretti alle stazioni sismiche poste in superficie, l'obiettivo è quello di stimare la struttura del mezzo attraversato dai raggi, cioè di dedurre un modello. Tutti i metodi applicati in pratica si servono di un modello iniziale o di *guess*, concepito secondo le conoscenze a priori del mezzo, e le tecniche di inversione permettono di calcolare la correzione da apportare al modello iniziale per ottenere quello finale. È interesse del presente articolo porre in evidenza i limiti della tomografia sismica, piuttosto che i suoi grandi e riconosciuti meriti, e di suggerire qualche rimedio per calcolare delle immagini più accurate delle strutture interne della terra. In particolare, ci si riferisce alle strutture del mantello superiore, cioè al guscio terrestre al di sotto della Moho, fino ad una profondità di circa 700 km che è sede di importanti e intensi processi geodinamici, oggetto di vivace ricerca in tutto il mondo. Ma mi piace notare che le considerazioni qui proposte sono di carattere più generale

e possono essere applicate, *mutatis mutandis*, anche ad indagini di altre strutture sia più profonde che più superficiali.

TOMOGRAFIA SISMICA

La tomografia sismica che qui viene presa in esame è quella basata sull'inversione dei *travel times* delle onde di volume. Nell'approssimazione della sismica geometrica fondata sul concetto di raggio sismico, il *travel time* è espresso mediante un integrale di linea:

$$T = \int_R s \, dl \quad (1)$$

dove R è la curva che rappresenta il raggio e s è il reciproco della velocità di propagazione dell'onda, detto *slowness*. Se si introduce un modello a priori del mezzo attraverso il quale si propaga l'onda sismica, cioè se si suppone di conoscere la *slowness* s_0 , si può calcolare un raggio R_0 e un *travel time* T_0 , mediante un'espressione simile alla (1). Allora il residuo $\delta T = T - T_0$ può essere scritto come:

$$\delta T = \int_R s \, dl - \int_{R_0} s_0 \, dl$$

Se il modello s_0 non si discosta troppo dal campo di *slowness* vero s , allora in virtù del principio di Fermat i raggi R e R_0 coincidono, e il residuo δT assume la forma:

$$\delta T = \int_{R_0} \delta s \, dl \quad (2)$$

dove $\delta s = s - s_0$. L'obiettivo della tomografia sismica è la determinazione della correzione o perturbazione δs a partire dalla conoscenza del residuo δT .

Se si divide il dominio in M blocchi in cui si suppone che la *slowness* sia costante, i raggi diventano linee spezzate costituite da segmenti rettilinei e l'espressione (2) acquista una forma discreta. Se si hanno N *travel times* sperimentali e di conseguenza N residui, si può scrivere un sistema di N equazioni:

$$\delta T_i = \sum_j L_{ij} \delta s_j, \quad (i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, M)$$

dove L_{ij} è la lunghezza di quel segmento del raggio i -esimo che attraversa il blocco j -esimo. Il sistema precedente può essere scritto in forma matriciale:

$$\delta \vec{T} = G \delta \vec{s} \quad (3)$$

L'equazione (3) è il cuore del problema inverso. Se, come avviene in pratica, N è maggiore di M il problema è algebricamente sovradeterminato e può essere risolto con il metodo dei minimi quadrati. Moltiplicando entrambi i membri per la matrice G^T trapposta di G , si ottiene il sistema in forma normale:

$$G^T \delta \vec{T} = G^T G \delta \vec{s}$$

che ha per soluzione:

$$\delta \vec{s} = (G^T G)^{-1} G^T \delta \vec{T} \quad (4)$$

L'espressione (4) rappresenta la soluzione formale del

problema (AKI & RICHARDS, 1980). È noto che nelle condizioni di normale applicazione, essa presenta dei problemi. I più comuni e importanti sono: 1) i valori di N e M sono tanto grandi che lo spazio di memoria richiesto può superare le capacità del calcolatore, tanto da imporre il ricorso a metodi di soluzione iterativi; 2) la matrice quadrata $G^T G$ è mal condizionata e quindi il calcolo della matrice inversa richiesto nella (4) dà luogo ad instabilità numeriche. Spesso alla causa del mal condizionamento può essere data una interpretazione fisica. Ad esempio, raggi quasi paralleli, prodotti dallo stesso terremoto e diretti a stazioni sismiche vicine, sono associati ad equazioni del sistema (3) che hanno coefficienti quasi simili e perciò fortemente dipendenti; i blocchi in cui è suddiviso il mezzo sono attraversati in maniera ineguale dai raggi sismici: alcuni sono ricoperti da una fitta ragnatela di raggi, mentre altri sono soltanto sfiorati da uno o pochi raggi. La conseguenza delle instabilità è che la soluzione δs rivela delle irregolarità o artefatti che talvolta sono facilmente riconoscibili come tali, ma che più spesso si confondono con le stesse eterogeneità che si vogliono studiare: ed è difficile comprendere se le strutture evidenziate sono reali o creazioni del metodo di inversione. Tecniche matematiche per la riduzione degli effetti delle instabilità sono state studiate a lungo e vanno sotto il nome di metodi di regolarizzazione (TARANTOLA, 1987): esse talvolta sono efficaci, ma altre volte non raggiungono lo scopo perchè gli stessi dati sismici sono lacunosi e insoddisfacenti. A dire il vero, questa è la condizione più frequente, in quanto chi esegue la tomografia sismica cerca di estrarre la massima informazione possibile dai dati a disposizione, portando il sistema matematico, pur senza volerlo, al limite del mal condizionamento. Nel presente articolo si affronterà il tema della riduzione delle instabilità numeriche, argomento già toccato dall'autore, il quale in studi precedenti ha posto in luce che è possibile ottenere immagini tomografiche più fedeli integrando i dati sismici con osservazioni gravimetriche (TINTI, 1991). Con ciò non si intende che l'immagine ricavata dalla tomografia sismica viene a posteriori confrontata con i dati gravimetrici, per valutarne la plausibilità. Si intende, invece, che i dati sismici e gravimetrici vengono utilizzati come dati sperimentali fin dall'inizio dell'analisi tomografica risolvendo un problema di inversione congiunta. La formulazione matematica di questo problema sarà richiamata brevemente nel prossimo paragrafo, mentre in conclusione di questo paragrafo è opportuno fare un rapido accenno al metodo di scomposizione in valori singolari o *Singular Value Decomposition* (SVD), metodo che è stato utilizzato per gli esperimenti numerici che saranno discussi nell'articolo. Esso consiste nel fattorizzare la matrice G in un prodotto di tre matrici (v. AKI & RICHARDSON, 1980):

$$G = U \Lambda_p V^T$$

dove Λ_p è una matrice diagonale a M righe e M colonne, i cui elementi di diagonale sono detti valori singolari o autovalori dell'operatore G : essi sono non negativi e ordinati in senso decrescente e i primi p sono positivi. Ottenuta la fattorizzazione la soluzione del sistema (3) viene calcolata mediante l'espressione:

$$\delta \vec{s} = V \Lambda_p^{-1} U^T \delta \vec{T} \quad (5)$$

che, qualora p sia uguale a M , è perfettamente identica alla soluzione (4) ricavata col metodo dei minimi quadrati. La fattorizzazione richiede tempo di calcolo, ma soprattutto disponibilità di memoria, motivo che rende il metodo SVD applicabile soltanto quando il volume di dati N e il numero delle incognite M non è molto grande, come nel caso degli esperimenti numerici che presenteremo. D'altro canto il metodo, dal punto di vista numerico, è superiore al metodo dei minimi quadrati. In pratica, poichè gli autovalori sono stimati numericamente, si trova che nessuno di essi è identicamente nullo: nelle situazioni più favorevoli ve ne sono $p \gg 0$ e $M - p \sim 0$. Questi ultimi possono essere posti uguali a zero o, come si dice, tagliati (*cut-off*). Capita spesso comunque che sia difficile riconoscere gli autovalori che dovrebbero essere nulli, e quando erroneamente li si utilizza per il calcolo della soluzione si introducono elementi di instabilità: comunemente si è indotti ad usare il maggior numero di autovalori possibile, perchè la risoluzione dell'immagine cresce con il numero degli autovalori utilizzati. Questo aspetto verrà chiarito dagli esempi discussi in seguito.

TOMOGRAFIA GLOBALE

Uno dei fattori che più contribuisce all'instabilità delle immagini ricavate mediante la tomografia sismica è connesso direttamente alla configurazione geometrica dei raggi sismici e alla discretizzazione del mezzo in blocchi o celle (TINTI & UGOLINI, 1989 e 1990). La regione interna della terra che è oggetto di indagine non è attraversata in modo uniforme dai raggi sismici, poichè nè le zone sismogenetiche nè le stazioni sismiche sono distribuite in modo uniforme sulla superficie terrestre. Come è stato già ricordato nel paragrafo precedente, ciò si riflette sulla struttura algebrica della matrice G e può dar luogo a problemi nell'inversione. Una possibile strategia è quella di utilizzare un maggior numero di dati sperimentali, di natura diversa dai *travel times*: per esempio osservazioni del campo di gravità. È noto che un'anomalia di densità $\delta\rho$ produce un'anomalia del potenziale gravitazionale e delle grandezze collegate, come il campo di gravità e il gradiente di tale campo. Se indichiamo semplicemente con V una di tali grandezze, sappiamo che il valore dell'anomalia di V nel punto di osservazione \bar{x} , cioè $\delta V(\bar{x})$, può essere scritto in forma integrale:

$$\delta V(\bar{x}) = \int_{\text{corpo}} K(\bar{x}, \bar{x}') \delta\rho(\bar{x}') d\bar{x}' \quad (6)$$

dove $K(\bar{x}, \bar{x}')$ è un opportuno nucleo integrale. Nel caso in cui V rappresenti il potenziale gravitazionale, allora il nucleo integrale è semplicemente proporzionale all'inverso della distanza fra il punto di osservazione \bar{x} e il punto di integrazione \bar{x}' . Tale espressione è analoga all'espressione (2), ed è essa pure passibile di discretizzazione. Quando si abbiano N' osservazioni e M' blocchi la (6) viene ridotta alla forma matriciale:

$$\delta\vec{V} = G' \delta\vec{\rho} \quad (7)$$

che rappresenta un sistema di N' equazioni in M' incognite. Formalmente esso potrebbe essere risolto con le stesse

tecniche descritte per la tomografia sismica, ma in questo caso la teoria stessa dei corpi pesanti asserisce che il problema non è ben determinato perchè diverse distribuzioni di anomalie di massa possono produrre la medesima anomalia di V .

Le eterogeneità laterali delle strutture interne sono spesso collegate sia ad anomalie di densità che ad anomalie di *slowness*. Se si suppone che vi sia una relazione fra i due tipi di anomalie, allora i sistemi di equazioni (3) e (7) non sono totalmente indipendenti, ma possono essere congiunti (TINTI, 1991). Nel caso di eterogeneità del mantello superiore (MASTERS *et al.*, 1982; WOODHOUSE & DZIEWONSKI, 1984) i sismologi ipotizzano una semplice legge del tipo:

$$\frac{\delta\rho}{\rho_0} = -0.5 \frac{\delta s}{s_0} \quad (8)$$

che è una relazione lineare scrivibile nella forma:

$$\delta\vec{\rho} = A\delta\vec{s}$$

dove A è una matrice nota. Introducendo la matrice $G'' = G'A$, si può allora combinare i due problemi di inversione sismica e di inversione gravitazionale in un unico problema:

$$\begin{pmatrix} \delta\vec{T} \\ \delta\vec{V} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G \\ G'' \end{pmatrix} \delta\vec{s} \quad (9)$$

dove il vettore delle osservazioni sperimentali con $N + N'$ componenti è espresso come una funzione lineare del vettore di *slowness* mediante la matrice rettangolare a $N + N'$ righe e M colonne, composta dalle matrici G e G'' .

Il sistema (9) rappresenta il nucleo del nuovo problema inverso: il vettore delle anomalie sperimentali, comprendente sia i residui dei *travel times* delle onde sismiche che le anomalie gravitazionali, viene utilizzato per ricavare le anomalie incognite di *slowness*, obiettivo che si può raggiungere mediante le tecniche di inversione descritte in precedenza. In seguito, per mezzo dell'equazione (8), si possono ricavare anche le anomalie di massa. L'esperienza ha mostrato che tale sistema è soggetto alle instabilità assai meno del sistema basato solo sui dati sismici: di fatto le equazioni aggiuntive derivanti dalle misure gravitazionali riescono a regolarizzare la soluzione.

Oltre che per valutare le eterogeneità di *slowness* e di densità, le tecniche tomografiche servono per dedurre informazioni sulle discontinuità presenti all'interno della terra. In particolare qui si fa riferimento alla topografia di tali superfici rispetto ad una profondità media di riferimento. Se δz è l'elevazione dell'interfaccia che separa uno strato sovrastante sismicamente "lento" da uno sottostante "più veloce", allora si avrà una perturbazione nei *travel times* che in prima approssimazione si riesce ad esprimere in funzione di δz : è intuitivo che, se un raggio sismico attraversa l'interfaccia, uno spostamento verso l'alto della discontinuità si traduce in una diminuzione del tempo di percorso dell'onda sismica, perchè essa compie un tratto proporzionale a δz alla velocità del mezzo sottostante piuttosto che a quella del mezzo più lento; viceversa in corrispondenza degli avvallamenti dell'interfaccia si avranno tempi di percorso maggiori. Se la superficie di discontinuità viene discretizzata in m elementi, si introduce il vettore

incognito delle anomalie topografiche δz e si può scrivere:

$$\delta \vec{T} = G \delta \vec{s} + H \delta z \quad (10)$$

dove H è una matrice i cui elementi dipendono dal contrasto di *slowness* all'interfaccia. In modo analogo, poiché le discontinuità più rilevanti sia crostali che nel mantello sono associate a *jump* tanto di *slowness* che di densità, si può dimostrare che un'anomalia topografica δz è associabile ad una anomalia aggiuntiva di massa che perturba il campo gravitazionale. Si perviene pertanto ad un sistema di equazioni del tipo:

$$\delta \vec{V} = G' \delta \vec{\rho} + H' \delta z \quad (11)$$

Seguendo lo stesso ragionamento che ci ha portato dai sistemi (3) e (7) al sistema (9), si può passare ad un unico sistema:

$$\begin{pmatrix} \delta \vec{T} \\ \delta \vec{V} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G & | & H \\ \hline G' & | & H' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta \vec{s} \\ \delta z \end{pmatrix} \quad (12)$$

dove il vettore delle anomalie incognite ha $M + m$ componenti, le prime delle quali sono anomalie di *slowness*, e le altre anomalie di elevazione.

ESPERIMENTI NUMERICI

In questo paragrafo vengono illustrati esempi di tomografia globale applicata a modelli bidimensionali: si prende in esame una sezione estesa 1800 km in lunghezza e profonda 660 km che ha una stratificazione compatibile con il modello PREM (DZIEWONSKI & ANDERSON, 1981). La sezione comprende uno *slab* litosferico che penetra nel mantello superiore fino alla profondità di 540 km, la cui configurazione è simile a quella ricavata per lo *slab* dell'Arco

Ellenico da SPAKMAN (1987) nel corso di uno studio della struttura profonda della regione mediterranea. Le anomalie di *slowness* dovute allo *slab*, cioè le differenze fra la *slowness* all'interno dello *slab* e quella del mantello circostante alla stessa profondità, sono dell'ordine di qualche unità percentuale. La Fig. 1 illustra tali anomalie e pone bene in evidenza la struttura dello *slab* litosferico. Essa mostra la regione suddivisa in celle rettangolari di uguali dimensioni (150 km x 60 km), in ciascuna delle quali la *slowness* è assunta costante. Si suppone inoltre che le anomalie di densità siano correlate a quelle di *slowness* secondo l'equazione (8). Allora l'immagine dello *slab* osservata dal punto di vista delle anomalie di densità è esattamente la stessa mostrata in Fig. 1, con l'unica differenza che la scala è dimezzata, cioè è compresa fra 0 e 1.5%. La prima serie di esperimenti prende in considerazione lo *slab* appena descritto, e si fonda sull'inversione del sistema di equazioni (9), mentre la seconda tiene conto anche di anomalie topografiche e quindi fa riferimento al problema inverso espresso dal sistema (12). Infatti si ipotizza che la superficie di discontinuità situata attorno ai 420 km di profondità abbia ondulazioni dell'ordine di una ventina di chilometri come è illustrato nella Fig. 1.

La regione è attraversata da raggi sismici prodotti da terremoti locali e da telesismi (v. Fig. 2). I sismi locali sono concentrati nella crosta e lungo lo *slab* fino a una profondità di 300 km. Le stazioni sismiche in superficie hanno una distribuzione irregolare. I raggi uscenti dagli ipocentri e intercettati dalle stazioni sismiche spazzano la parte superiore del mantello, specialmente in prossimità dello *slab*. Al di sotto dei 300 km il mantello può essere illuminato soltanto da raggi provenienti da terremoti lontani. In generale, le parti più profonde sono attraversate da un minor numero di raggi.

Nel nostro caso una cella non è attraversata da nessun raggio, e quindi l'anomalia in essa non può essere determi-

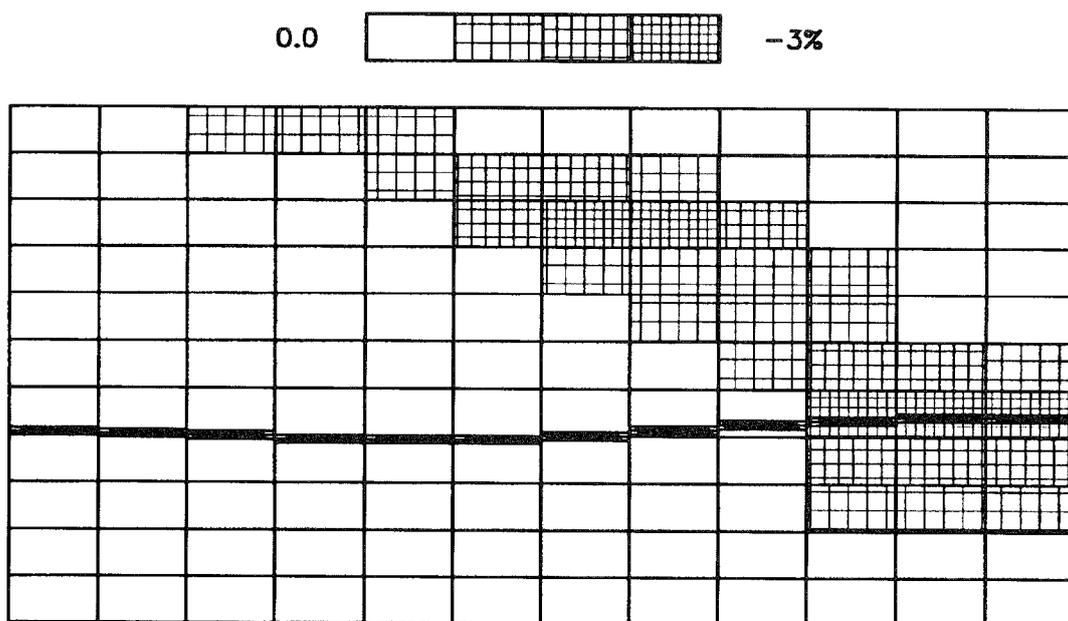


Figura 1 - Modello "vero" delle anomalie di *slowness*. Il campo bidimensionale è suddiviso in rettangoli (150 x 60 km). In ogni cella l'anomalia è costante. Per anomalie si intendono qui le variazioni rispetto al modello standard, che è stratificato. Nel mantello infatti lo *slowness* varia lungo la verticale ed è decrescente conformemente al modello PREM. Le anomalie definiscono lo *slab* che penetra fino a 540 km di profondità. Con linea marcata è delineato il profilo ondulato della discontinuità attorno a 420 km di profondità, che segna il passaggio tra l'olivina e lo spinello all'interno del mantello superiore.

nata. Ogni raggio è associato a un *travel time* sperimentale, che è stato ricavato sulla base del modello "vero" e poi successivamente perturbato con rumore gaussiano per simulare errori sperimentali casuali. Oltre ai dati sismici, facciamo l'ipotesi di disporre di dati gravimetrici, misurati o sulla superficie terrestre o in quota. Quest'ultimo caso è trattato per motivi di completezza, anche se non è strettamente necessario per dimostrare l'efficacia della tomografia globale: si vuole fare riferimento infatti a missioni spaziali progettate per misure specifiche del campo di gravità, che sono state già studiate a lungo e che forse verranno compiute nei prossimi anni.

Per risolvere il problema inverso si deve ricorrere ad un modello di *guess* che nel nostro caso corrisponde al mantello stratificato privo di anomalie, cioè ad un mantello senza *slab*.

I *travel times* calcolati rispetto al modello di *guess* sono sottratti ai tempi sperimentali e danno luogo ai residui δT utilizzati nell'inversione tomografica. Le anomalie gravimetriche sperimentali δV sono calcolate mediante l'equazione (7) a partire dal modello "vero" di densità. Noti δT e δV si possono ottenere le anomalie di *slowness* δs invertendo il sistema (9). I risultati dell'inversione tomografica sono illustrati nella Fig. 3, ove sono poste a confronto due

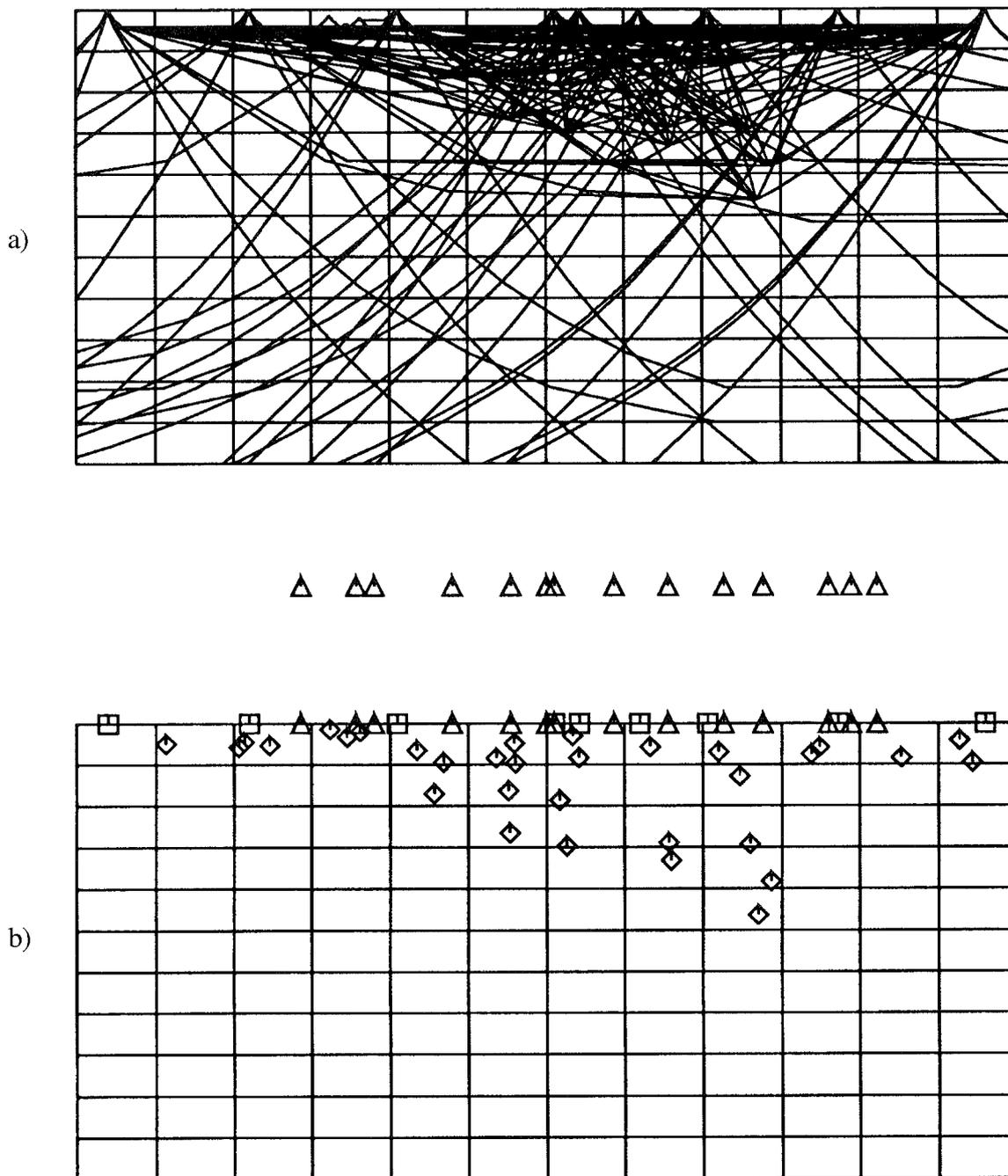


Figura 2 - a) Configurazione dei raggi che attraversano la regione. Essi sono associati a sismi locali e a telesismi, esterni alla sezione esaminata. I raggi dei telesismi consentono di illuminare le parti profonde del mantello superiore. b) Configurazione delle stazioni sismiche (quadrati) e degli ipocentri dei sismi locali (rombi) compresi nella regione. I siti delle osservazioni gravimetriche sono indicati con i triangoli: si trovano sia sulla superficie terrestre che ad una quota di oltre 200 km. L'ipotesi di osservazioni in quota è collegata al progetto di campagne di misure specifiche mediante satelliti. Naturalmente non è un'ipotesi necessaria per dimostrare l'efficacia della tomografia globale.

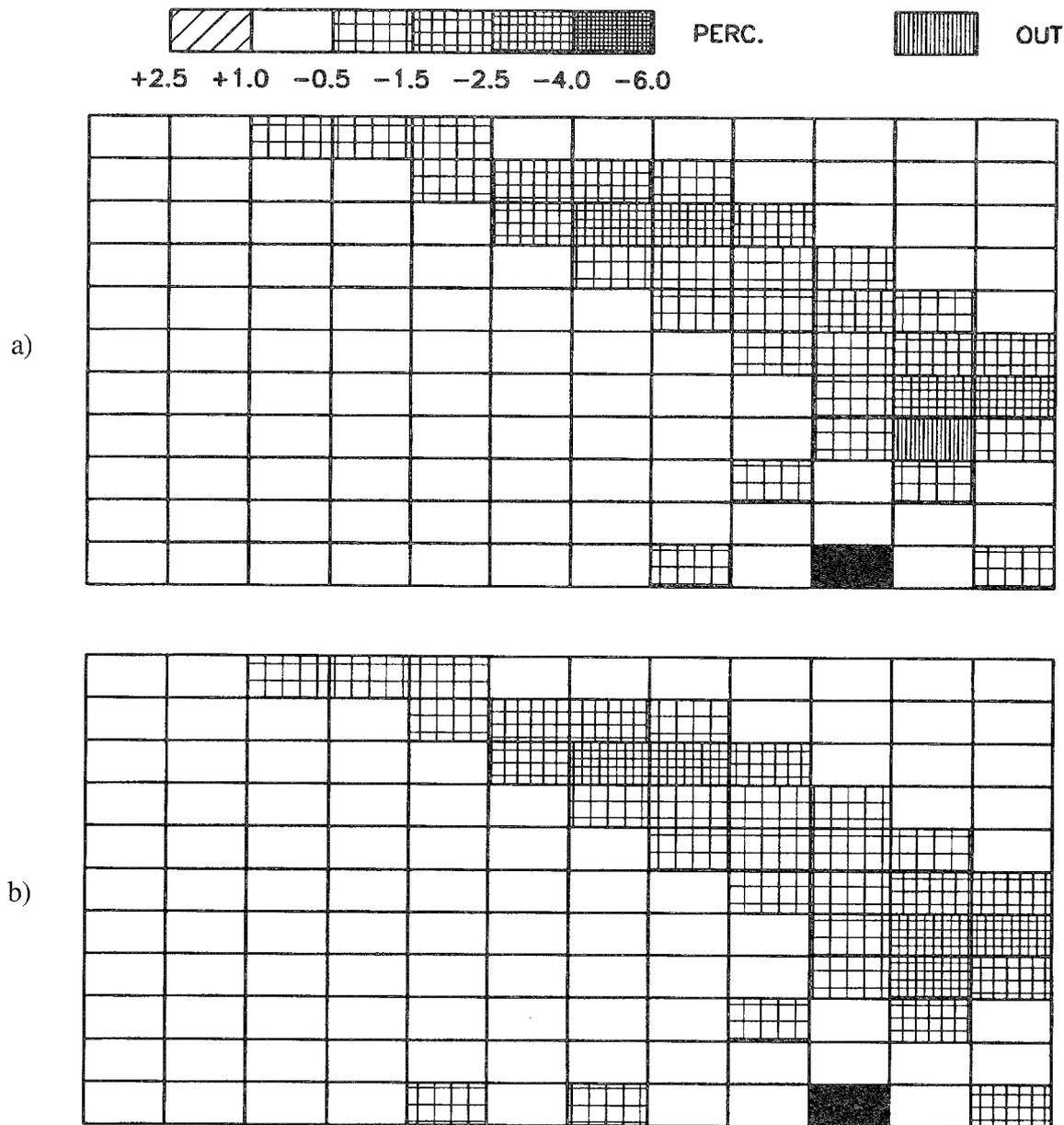


Figura 3 - a) Anomalie di *slowness* calcolate mediante tomografia sismica: solo i *travel times* sono stati utilizzati nell'inversione. b) Anomalie di *slowness* stimate invertendo il sistema (9): sono stati utilizzati dati sismici e dati gravimetrici rilevati in quota nei siti rappresentati in Fig. 1. Per dato gradiometrico qui si intende il gradiente radiale della componente radiale del campo di gravità, $\partial_r g_r$. Sia in a) che in b), i dati sono perturbati con un rumore gaussiano del 2%. La tomografia sismica (a) è in grado di determinare lo *slab*, ma nella parte più profonda va in crisi: parecchie celle sono mal determinate ed una presenta un valore privo di significato fisico, che è frutto di instabilità numerica. La tomografia globale (b) è in grado di eliminare questa irregolarità, offrendo un'immagine più corretta dello *slab*.

ricostruzioni. La prima è ottenuta risolvendo il sistema (3): si tratta di pura tomografia sismica, in quanto solo i *travel times* vengono presi in considerazione. La bontà dell'immagine dipende dalla copertura dei raggi sismici. Lo *slab* in generale è ben individuato: la ricostruzione è abbastanza buona fino a 240 km di profondità dove è massima la concentrazione dei raggi, poi progressivamente peggiora. La parte terminale dello *slab* è stimata molto male: una cella presenta un'anomalia tanto alta che non ha alcun significato fisico, il che è un'indicazione che il sistema numerico è in condizione critica. Ai dati sismici sono stati aggiunti dati gradiometrici, cioè osservazioni della derivata radiale del campo di gravità ($\partial_r g_r$), effettuate in quota. La soluzione che ora si ottiene è mostrata nella Fig. 3b. Balza immediatamente agli occhi che l'instabilità è scomparsa e che l'immagine

dello *slab* è soddisfacente anche in profondità. Va comunque osservato che in entrambi i casi (tomografia sismica e globale) lo *slab* è determinato meglio in superficie e che a grande profondità ai limiti della regione studiata compaiono effetti di margine con lievi anomalie spurie. Ricordiamo inoltre che, in virtù della nostra ipotesi (8), le anomalie di densità si ricavano direttamente dalle anomalie di *slowness*.

La seconda serie di esperimenti numerici analizza il campo di anomalie topografiche, ovvero di ondulazioni della superficie di discontinuità posta a 420 km di profondità. Come discusso in precedenza, ora le incognite del problema aumentano perché si deve tenere conto sia delle anomalie di *slowness* δs che dell'elevazione della superficie δz rispetto a una profondità costante di riferimento (420 km). I *travel times* sperimentali sono i *travel times* utilizzati

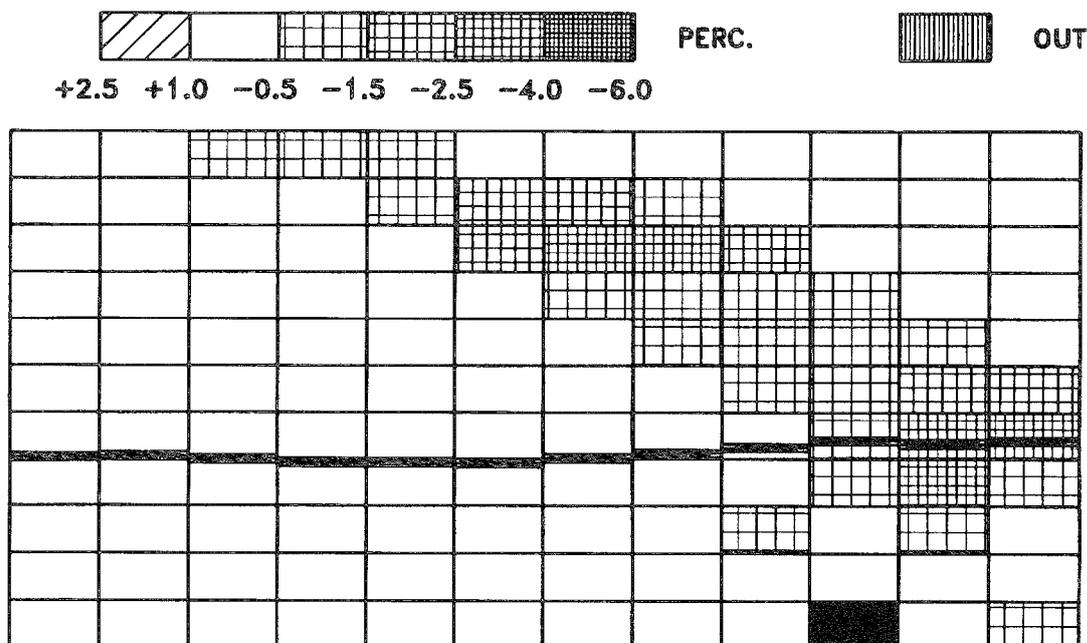


Figura 4 - Risultato dell'inversione tomografica con ricostruzione delle anomalie di *slowness* e delle ondulazioni topografiche della discontinuità a 420 km. La tomografia globale consente anche in questo caso di determinare bene lo *slab* e inoltre di stimare le anomalie topografiche.

negli esperimenti trattati prima, opportunamente corretti per le perturbazioni topografiche. Anche le osservazioni gravimetriche sono modificate rispetto agli esperimenti precedenti per effetto delle ondulazioni della discontinuità. Là dove l'interfaccia è spostata verso l'alto, materiale di tipo spinello molto più denso e sismicamente più veloce sostituisce materiale di tipo olivina, caratteristico della parte più superficiale del mantello. Nell'esempio mostrato nella Fig. 4 prendiamo in considerazione gli stessi raggi dei casi precedenti ed osservazioni gradiometriche effettuate sia in quota che sulla superficie terrestre (v. Fig. 1). La soluzione ricavata invertendo il sistema (12) propone un'immagine molto buona dello *slab*, paragonabile a quella presentata nella Fig. 3: nonostante l'aumento delle incognite, non vi sono instabilità numeriche. Anche le anomalie topografiche sono risolte in modo adeguato. Le anomalie massime del modello "vero" sono di circa 20 km; quelle stimate sono dello stesso ordine di grandezza: in particolare la risalita della discontinuità nella zona interna allo *slab* è calcolata in modo corretto.

CONCLUSIONI

In questo lavoro è stato affrontato in modo succinto il tema della ricostruzione tomografica di immagini dell'interno della terra, evidenziando che i dati sismici e i dati gravimetrici possono essere utilizzati in modo coerente e con pari dignità se si imposta un problema inverso adeguato (v. sistema (9) e sistema (12)). Le immagini ricavate mediante la tomografia sismica sono spesso soggette a perturbazioni che sono frutto di instabilità numeriche e che possono essere scambiate per eterogeneità reali del mezzo. Facendo ricorso alla tomografia globale, cioè ad un'analisi tomografica che tiene conto anche di informazioni gravimetriche, è possibile limitare i danni delle instabilità, e anche, come nei casi trattati nel lavoro, eliminarli comple-

tamente. È importante osservare che per servirsi della tomografia globale, è necessario potere fare assunzioni ragionevoli sulla correlazione esistente tra le anomalie di *slowness* e densità. Nella crosta non è facile stabilire tali relazioni, perchè intervengono molti fattori quali la porosità, le caratteristiche litologiche, l'età delle rocce, ecc. Nel mantello esse sono assai più plausibili, ed è questa la ragione per la quale abbiamo indirizzato la nostra attenzione ad esaminare casi di eterogeneità laterali nel mantello superiore su scala regionale.

BIBLIOGRAFIA

- AKI K. & RICHARDS P. (1980) - *Quantitative Seismology: Theory and Methods*. W.H. Freeman and Company, San Francisco.
- DZIEWONSKI A.M. & ANDERSON D.L. (1981) - *Preliminary reference earth model (PREM)*. Phys. Earth Planet. Inter. **25**, 297-356.
- MASTERS G., JORDAN T.H., SILVER P.G. & GILBERT F. (1982) - *Aspherical Earth structure from fundamental spheroidal-mode data*. Nature, **298**, 609-613.
- NOLET G. (ed.) (1987) - *Seismic Tomography (with Applications in Global Seismology and Exploration Geophysics)*. pp. 386, Reidel Publishing Co., Dordrecht.
- SPAKMAN W. (1987) - *Upper mantle delay tomography: with an application to the collision zone of the Eurasian, African and Arabian plates*. Geologica Ultraiectina, Utrecht University.
- TARANTOLA A. (1987) - *Inverse Problem Theory: Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation*. pp. 613, Elsevier, Amsterdam.
- TINTI S. & UGOLINI S. (1989) - *Optimization of the preselection algorithm for travel-time data inversion*. Boll. Geof. Teor. Appl. **123/124**, 201-214.

TINTI S. & UGOLINI S. (1990) - *Preselection of seismic rays as a possible method to improve the inverse problem solution*. Geophys. J., **102**, 45-61.

TINTI S. (1991) - *On the joint use of seismic and gradiometric data in identifying density anomalies*. In: Determination of the

Geoid, Present and Future. Springer-Verlag, Berlin, 382-391.

WOODHOUSE J.H. & DZIEWONSKI A.M. (1984) - *Mapping the upper mantle: three-dimensional modeling of earth structure by inversion of seismic waveforms*. J. Geophys. Res., **89**, 5953-5986.